•	0	4	· - (Gr	ouz	· > Ci	. C+ \(on s .	ori	۲	'eA	, , ,	•		6	nt	•	>	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	Ē	(an	np l	e .	. 3	poe	- 8	rou	Р. С	રુવ	2	יס	ı	a	•	¢ P	٤	s gi	1 ar	وب ا	l	0 -1 (~	`æ	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•					۶g																				•	•	0	•
•	•	•	•	• 1	• •	•	•		•	•	•	,	•	•	•	. (С,	b€	2).}	•	•	0	•	\vdash	Ŧ	0		×	•	•
•	•	•	•	•	gro	up.	pre	sew	tank	ons	?	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•)• •	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	. <		m×,	.T _×	Ту	7	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	• •	•	o o	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	Con	side	۲	Wya		ff-	P=	ر ة: م	∔-n	\$.	•	: e	ъЪ	<u>ት</u> ነ		ĥ		éa	l	ୱ୍ୟ	sie	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	. 1	- ¢.	. (0	, •)	•	•	41	n n	1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•				-t, -						•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•				<u>ل</u> .							i	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	0	•	•
•	•	•	•	•	• •	•	۰	(±:	•	•	•	•	•	•	•	ñ	•	•	•	•	•	0	0	•	•	•	•	0	0	•	•
•	•	•	•	•	4	-e	0	(£	χ , $\frac{1}{2}$	Ĺ)		; ;	ĹX	Э	•	'n	•	•	•	•	•	0	0	•	•	•	0	0	0	•	•
•	•	•	•	0	Ŷ	>f	•	(±.;	x , 1	.×)	•	•	•	•	·w	ť	•	•	•	•	0	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	• •	8 J	•	. (>	1, J)	•	•	•	•	•	1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	0	0	•	•
•	•	•	•	•	• •	•	•	• •	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	0	• •	•	0	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•
•	•	0	•	•	• •	•	•	• •	•	•	0	•	0	0	0	•	•	•	•	•	•	0	0	•	•	•	•	•	0	•	•
•	•	0	•	•	• •	•	•	• •	•	•	0	•	0	0	0	•	•	•	•	•	•	0	0	•	•	•	•	•	0	•	•
•	•	•	•	•	• •	0	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•	•	•	Con	nsider wave function $\varphi(\vec{r})$: $\varphi: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{C}$
•	•	•	• •	How to define sym. ops. on φ ?
٠	۰	•	• •	
•	•	•	• •	$\varphi(\tau_{x}r)$
•	•	•	• •	$\varphi(\vec{r}) = \varphi(\vec{f} \cdot \vec{r})$ $r - \vec{a} r r + a = (T \times \varphi)(\vec{r})$
•	•	•	• •	
•	۰	•	• •	$(\bar{\tau}_{\times}\varphi)(\bar{\tau}_{\times}\varphi) = (\bar{\tau}_{\times}\varphi)(\bar{\tau}_{\times}\varphi)$
•	•	•	• •	$(\bar{\tau}, \varphi) = (\bar{\tau}, \varphi) + (\bar{\tau}, \varphi) = (\bar{\tau}, \varphi) + (\bar{\tau}, \varphi) = (\bar{\tau}, \bar{\tau}) + (\tau$
۰	٠	•	• •	
•	•	• • •	• •	Induced could a think a performance of the second s
۰	•	4	י זי	Induced group actions on accorded function spaces.
•	•	•	• •	$F[X \rightarrow Y]$ is the set of functions from set X
٠	۰	•	•••	
•	•	•	• •	to set I. Let & be the left group action
٠	۰	•	• •	$\varphi : \mathcal{G} \times X \longrightarrow X$
•	•	•	• •	Then there is also a group action of on F.
۰	۰	•	•••	
•	•	•	• •	
•	•	•	• •	$\hat{\boldsymbol{\beta}}(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{F})(\boldsymbol{x}) := \boldsymbol{F}(\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\beta}^{\dagger}, \boldsymbol{x})) \boldsymbol{F} \in \boldsymbol{f}.$
•	•	•	• •	γ a γ τ γ γ τ γ γ γ γ γ γ γ γ
•				$\mathcal{F}(\mathcal{F}_{1}, \mathcal{F}_{2}, F))(x) = \mathcal{F}(\mathcal{F}_{1}, F)(\mathcal{P}(\mathcal{F}_{1}, x))$
•	•	•	• •	$= F(\phi(8, 1, \phi(8, 1, x)))$
•	•	•	• •	$= F(\varphi(f,g)^{\dagger},\lambda))$
٠	۰	•	• •	
•	•	•	• •	$= \widetilde{p} (f_1, f_2, \mathcal{F}) (\times)$
۰	٠	•	• •	$(f.F) = F(f^{1}.\pi)$
•	•	•	• •	
٠	۰	•	• •	
٠	۰	•	• •	

•	•	4.3 equivanta	nt maps
•	•	Definition	Let X, X' be two Gr-Speces
•	•		A equivariant map , $f: X \longrightarrow X'$
•	•	· · · · · · ·	swfisfers
•	0		$f(\mathfrak{F},x) = \mathfrak{F}, f(x)$ $\forall x \in X \forall \mathfrak{g} \in G$
•	•	• • • • • •	$\times \xrightarrow{f} \times \overset{\cdot}{\longrightarrow} \times$
•	•	· · · · · · ·	$\mathcal{I}(\mathcal{J}) = \left[\begin{array}{cccc} \mathcal{I}(\mathcal{J}) & \mathcal{I}(\mathcal{J}) \\ \mathcal{I}(\mathcal{J}) & \mathcal{I}(\mathcal{J}) & \mathcal{I}(\mathcal{J}) \\ \mathcal{I}(\mathcal{J}) & \mathcal{I}(\mathcal{J}) \\ \mathcal{I}(\mathcal{J}) & \mathcal{I}(\mathcal{J}) & \mathcal{I}($
•	•		$\chi \xrightarrow{f} \chi'$
•	•	· · · · · · ·	$f(\phi(g, x)) \approx \hat{\mathcal{G}}'(\mathcal{B}, f(x))$
•	0		f is also called a morphism of
•	•	· · · · · · ·	G-spaces.
•	0	Examples.	
•	•	• • • • • • • • • • •	$G = 2$ acts or \mathbb{R} $n : \chi \mapsto \chi + n$
0	•		erbits?
•	•	· · · · · · ·	$\mathbb{R}/2 = [0,13,25]$
•	•		-2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2
•	0	• • • • • • • •	equivariant map?
•	•	• • • • • •	$f: R \rightarrow R$

۰	٠	٠	٠	٠	۰	٠	•	א	٠	f.	ŗ		۰	٠	٠	fc	×) '	. የ	(* =	•	f.	(x-	۴Л)	٠	•	٠	٠	٠	۰	٠	٠	۰
•	•	•	•	•	•	•	¢~	ĸ	•		۲. 	`- т	•	•	•	f,	· ×)	۴Y	۰ ب		f.	(. .	+.γ	2)	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	<i>¶</i> ~	ູ່ໄ	, .	f	J	۳٦	•	•												•	•	•	•	•	•	•	•
•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	P	•	•	R	٠	۰	٠	•	f.	χ·+	-0、)	f	(X	:+N	z)	•=	N.	-	N 2	٠		+ X	, л	Ċ.	۰
۰	۰	٠	۰	٠	٠	۰	٠	۰	٠	۰	٠	۰	۰	۰	٠		۰	۰	۰	•	-	•	•	۰	0			•	٠	٠	•	۰	۰
۰	۰	٠	۰	۰	٠	۰	٠	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	ŕ	(ኦ)		· X	.+	d.	۰	٠	۰	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰	۰	۰
۰	۰	٠	٠	۰	٠	٠	•	٠	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠		•	٠	۰	•	•	۰	٠	٠	•	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	٠	۰	•	۰	٠	•	٥	•	۰	٠	۰	٠	•	۰	۰	٠	•	•	٠	۰	•	۰	٠	•	•	۰	•	•	۰	٠	•	•	•
•	۰	٠	۰	٠	٠	۰	٠	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	٠	۰	۰	۰	٠	۰	۰	٠	۰	•	۰	•	۰	٠	٠	•	•	•
٠	۰	۰	۰	۰	٠	۰	۰	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	٠	۰	۰	۰	۰	۰	۰	٠	۰	•	۰	۰	۰	٠	٠	۰	•	٠
۰	۰	٠	٠	۰	٠	٠	۰	٠	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	٠	•	٠	۰	۰	٠	۰	٠	٠	•	۰	•	٠	٠	٠	٠	٠	۰
٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	۰	۰	٠	٠	٠	۰	۰	٠	٠	۰	۰	۰	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰	٠	۰	٠	٠	٠
•	۰	•	•	•	•	۰	•	•	•	•	•	•	۰	•	•	•	۰	•	•	•	۰	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	٠	٠	۰	•	٠	۰	٠	۰	٠	٠	•	۰	۰	•	٠	۰	۰	۰	٠	•	۰	•	٠	۰	۰	•	٠	٠	٠	۰	•	•	٠
•	۰	٠	۰	۰	٠	۰	•	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	٠	۰	٠	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰	•	٠
•	۰	٠	٠	۰	٠	٠	۰	•	٠	۰	۰	•	٠	۰	٠	•	•	•	۰	۰	٠	۰	٠	•	•	۰	•	•	٠	٠	٠	٠	•
٠	٠	۰	٠	٠	۰	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰	۰	۰	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	•	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠
٠	۰	•	٥	۰	٠	۰	٠	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	٠	۰	۰	۰	۰	۰	۰	٠	۰	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰	•	۰
•	۰	۰	•	•	•	•	•	•	•	۰	•	•	•	۰	•	•	•	•	۰	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
		•																												•	•	•	•
•	۰	٠					٠																									•	
•	۰	٠	۰	۰	٠	۰	•	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	٠	۰	٠	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰	۰	٠
•	۰	٠	٠	۰	٠	٠	۰	•	٠	۰	۰	•	٠	۰	٠	•	•	•	۰	٠	٠	۰	٠	•	•	۰	•	•	٠	٠	٠	٠	٠
•	۰	٠	٠	۰	٠	•	٠	•	۰	۰	۰	٠	•	۰	٠	٠	•	•	۰	۰	•	۰	٠	•	•	۰	•	•	۰	٠	•	•	٠
٠	۰	•	٥	۰	٠	۰	٠	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	٠	۰	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰	•	۰
•	۰	۰					•																									•	
•	•	•																															
•	۰						٠																									•	
٠	۰	٠	٠	۰	•	•	٠	•	٠	۰	۰	•	٠	۰	٠	•	•	•	۰	۰	•	۰	•	•	•	۰	•	•	٠	•	٠	٠	٠
۰	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰	۰	۰	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	۰
۰	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	۰	٠	۰	۰	٠	۰	۰	٠	٠	۰	۰	۰	۰	۰	۰	٠	۰	•	۰	۰	۰	٠	٠	۰	•	۰
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	•	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠
۰	۰	۰																														۰	۰
•	•	•					•																									•	•
•	•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	0	•	•	•	0	•	•	•	•	•	۰	•	•

٠	٠	• •	• • •	
•	•	<u>ک</u>	The	symmetric group
•	٠	• •	• •	
•	۰	• •	• • •	
•	•	• •	Rec	cal that
•	•	• •	• • •	
•	۰	• •	• • •	Criven a set X, the set of permutations
•	•	• •	• • •	f
۰	•	• •	• • •	$S_{x} := \Im X \xrightarrow{f} X : f : (-1 \otimes Onto (invertible))$
•	•	• •	• • •	
•	•	• •	• • •	
٠	۰	• •	• • •	For NENt denote the symmetric group on
۰	•	• •	• • •	
•	•	• •	• • •	n elements. Sn. which is the set of
•	•	• •	• • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
•	•	• •	• • •	all permutanions of the set X= {1,2,, us
٠	٠	• •	• • •	
•	۰	• •	• • •	$(S_n = n !)$
•	•	• •	• • •	
•	•	• •	• • •	
•	•	• •	• • •	A permutation can be written as
•	٠	• •	• • •	
•	•	• •	• • •	$\phi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ p_1 & p_2 & \cdots & p_n \end{pmatrix} \text{with} p_i = \phi(i)$
•	•	• •	• • •	$P_1 P_2 \cdots P_n$
•	۰	• •	• • •	
۰	۰	• •	• • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
•	•	• •	• • •	$\phi_{I} = \begin{pmatrix} I & J & J \\ J & J & J \end{pmatrix}$
•	•	• •	0 0 0	$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $\phi_2 \uparrow$
٠	۰	• •	• • •	$\phi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \psi \\ 3 & (& 2 & \psi \end{pmatrix} \qquad \phi_1 \uparrow \qquad $
•	٠	• •	• • •	3 (2 4)
•	•	• •	• • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
٠	•	• •		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
٠	۰	• •	• • •	$\phi_{1} \cdot \phi_{1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
٠	٠	• •	• • •	
٠	٠	• •	• • •	

· · · · ·	
· · · · ·	$= \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = (24)$
· · · · ·	Canonical permutation rep. of Sn "regular rep. of Sn" by Zee book. The After
· · · · ·	Consider Sn and an n-din corrier space (\mathbb{R}^{h} . \mathbb{C}^{n} etc.) with an ordered basis $\vec{e}_{i} = \{0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0\}$ i-th
· · · · ·	$b \in S_n = T(\phi) : \vec{e}_i \longrightarrow \vec{e}_{\phi(i)}$ $T(\phi) \vec{e}_i = \hat{\sum_{j=1}^{2} A(\phi)_j; \vec{e}_j \qquad A \in GL(n, \kappa)$
• • • •	$\left(\begin{array}{cc} A_{ji}(\phi) = \langle e_j e_{\phi_{ij}} \rangle \right)$ $A_{ij}(\phi) = \langle e_i e_{\phi_{ij}} \rangle$
• • •	$\phi = ((334)) \in S_{4} \qquad A(\phi) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
· · · · ·	

• • • • • •	cles & transpositions
Definit	son Lot i in de distinct integers
	between 1 and n
• • • • •	If \$ ESn fines the remaining
• • • • •	
	integers and f
• • • • •	
• • • • •	$\phi(i_1) = i_2 , \hat{\phi}(i_2) = i_3 , - \phi(i_r) = i_1,$
	then \$ is an r-cycle (Cycle of
	then ϕ is an <u>r-cycle</u> (cycle of length σ)
• • • • •	J. J
	$(i_1, i_2, i_3, \cdots, i_r)$
• • • • •	
	A 2-cycle is called a transposition
Remar	·ks
• • • • •	1, cycles are the same up to cyclic
	ordering
• • • • •	(234)=(423) ~ (342)
 د	dicipium cyclas commute
	- disjoint cycles commute
• • • • •	(234)(56) = (56)(236)
• • • • •	
	$(12)(23) \neq (23)(12)$
	s inverse of a permutation

• •								• •		
	• •-	Theorem	Every	permutation	$\phi \in S_n$	Ĩ.S	either	• •	• •	•
• •	• •			de or can				0 0	• •	•
• •	• •	• • • •					• • •	• •	• •	٠
• •	• •	• • • •	into	disjoint cy	cles.	• • •	• • •	• •	• •	•
				~~~~~						
	• •									
• •	• •	• • • •	(proof	by inducti	on )	• • •	• • •	• •	• •	•
• •	• •	• • • •	• • • •			• • •	• • •	• •	• •	۰
• •	• •	• • • •	• • • •		• • • •	0 0 0	• • •	• •	• •	•
• •	• •	$(D_{a})$	Compolation		the state	<b>a</b> · · ·	0 0 0	• •	• •	۰
• •	• •	(Def)	unpleta	e facer: sat		<b>.</b>	0 0 0	• •	• •	•
• •	• •		Dinduct	of disjoint	Contar	• • •	• • •	• •	• •	•
• •	• •		produce	st assisted	y cles			• •	• •	•
• •	• •			prains one		<b></b>		• •	• •	•
• •	• •	• • • •		shians <u>une</u>		×		• •	• •	۰
• •	• •	• • • •	Par anah	fixed x.	• • • •	• • •	• • •	• •	• •	٠
• •	• •	• • • •				• • •	• • •	• •	• •	•
• •	• •	• • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	234, (= (1)(1	2(72(1))	• • •	• • •	• •	• •	•
• •	• •	• • • •				• • •	• • •	• •	• •	٠
• •	• •	• • • •	• • • •			• • •	• • •	• •	• •	٠
• •	• •	• • • •	• • • •							
• •						• • •	• • •	• •	• •	
	• •	· Coma	lite Pac		f a sec		in the	• •	• •	•
• •	• •	Com	ste fac	<del>ร</del> อกํ <b>ว</b> ิล+๖๖๓ ๛	f a peri	n v <b>a atr</b> i	on ¢.	• •	• •	•
• •	• •							• •	• •	•
• •	· ·	is	unique (	up to order	, (fri	which		· ·	• •	•
· ·	· ·		unique (		, (fri	which		· · ·	· · ·	•
· · ·	· · ·	is	unique (	up to order	, (fri	which		· · ·	· · ·	•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	is	unique (	up to order	, (fri	which		· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	is	unique (	up to order	, (fri	which		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	is	unique (	up to order	, (fri	which		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	is	unique (	up to order	, (fri	which				•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	is	unique (	up to order	, (fri	which		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	is	unique (	up to order	, (fri	which				
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		is	unique (	up to order	, (fri	which				
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		is	unique (	up to order	, (fri	which				
		is	unique (	up to order	, (fri	which				
		is	unique (	up to order	, (fri	which				
		is	unique (	up to order	, (fri	which				
<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>		is	unique (	up to order	, (fri	which				